

**Dansk Fysikolympiade 2009
Landsfinale
fredag den 21. november 2008**



Teoretisk prøve

Prøvetid: 3 timer

Opgavesættet består af 6 opgaver med i alt 17 spørgsmål.

Bemærk at de enkelte spørgsmål **ikke** tæller ens.
Ud for hvert spørgsmål er anført hvor mange point, spørgsmålet maksimalt kan give.

Hvis man har alt rigtigt, kan man opnå i alt 30 point.

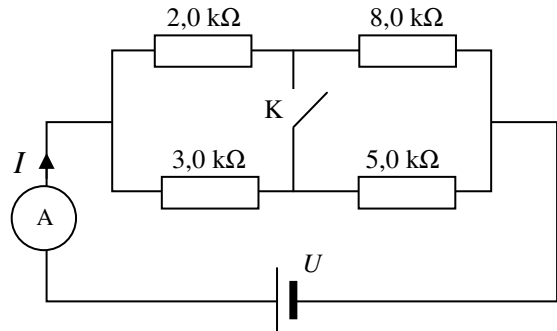
Alle hjælpemidler er tilladte.

1. Tre korte beregningsopgaver

Elektrisk kredsløb

Fire resistorer er forbundet til en konstant spændingskilde som vist på fig. 1. Til at begynde med er kontakten K afbrudt, og amperemetret viser strømstyrken $I = 2,7 \text{ mA}$. Nu slutes kontakten K.

a) (1,5 point) Beregn den nye værdi af strømstyrken.



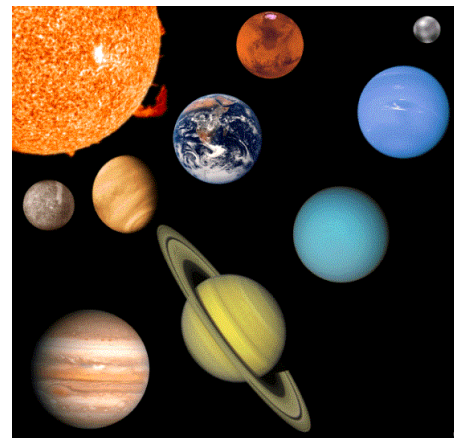
Figur 1. Et elektrisk kredsløb med kontakt.

Gennemsnitsdensitet for planeter

To kugleformede planeter har radier R_1 og R_2 . Tyngdeaccelerationerne ved overfladen af de to planeter er henholdsvis g_1 og g_2 , og planeternes gennemsnitsdensiteter betegnes henholdsvis ρ_1 og ρ_2 .

b) (1,5 point) Vis, at der gælder

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{g_1 R_2}{g_2 R_1}.$$



Figur 2. Solen og planeterne.

Chokbølge fra kernevåben

Ved detonation af et kernevåben i luft frigøres energien E , og der opstår en kugleformet chokbølge. Radius R af chokbølgen afhænger af tiden t , energien E og luftens densitet ρ_0 . Så længe trykket i chokbølgen er væsentligt større end det omgivende lufttryk vil der gælde, at $R = 1033E^\alpha \rho_0^\beta t^\gamma$, hvor 1033 er en dimensionsløs konstant.

c) (2,0 point) Bestem værdien af potensen γ i tidsafhængigheden.



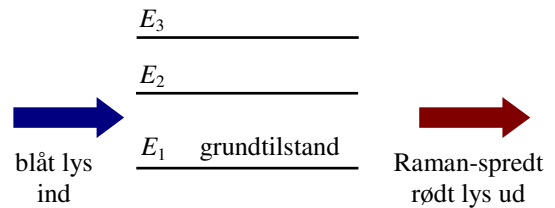
Figur 3. Detonation af et kernevåben.

2. Tre korte forklaringsopgaver

Raman-spredning

Når lys med en given farve, fx blå, sendes mod en gas bestående af en bestemt type atomer, observerer man, at en lille del af lyset kommer ud med en anden farve, fx rød. Dette kaldes Raman-spredning.

a) (2,0 point) Benyt fig. 4 til at give en kort, mulig forklaring af fænomenet.



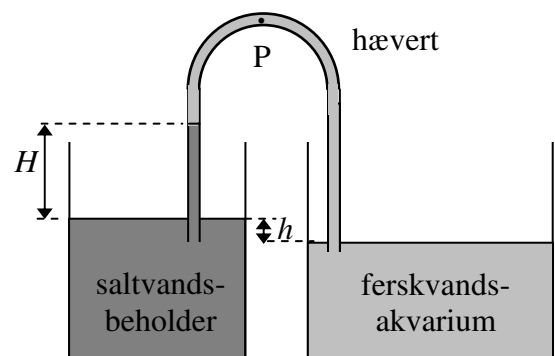
Figur 4. De atomare energiniveauer i gasatomet.

Tilførsel af saltvand til et akvarium

På et marinbiologisk laboratorium har man akvarievand med forskellig saltkoncentration. Et stort akvarium med rent ferskvand (lysegrå) skal tilføres saltvand. Derfor forbindes akvariet via en U-formet hævert til en stor saltvandsbeholder (mørkegrå), som vist på fig. 5.

Saltvandets densitet er noget større end ferskvandets, og saltvandets overflade befinder sig i højden h over ferskvandets overflade. Med hæverten skal man lede saltvand over i akvariet. Ved en fejltagelse er hæverten blevet fyldt med ferskvand, og som følge heraf kan saltvandet kun stige et vist stykke H op i hævertens venstre gren, som vist på fig. 5, før det går i stå.

For at saltvandet kan strømme over i akvariet af sig selv, må man presse positionen af grænsen mellem saltvandet og ferskvandet forbi en bestemt position Q i hæverten. Beholderen og akvariet er så store, at man kan se bort fra ændringer af vandstanden i dem.



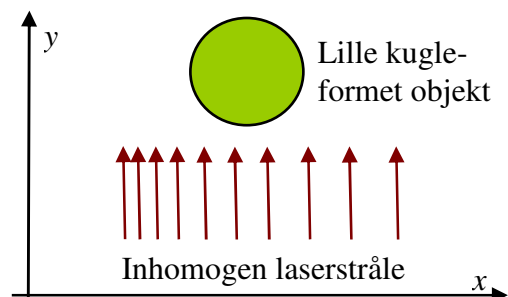
Figur 5. En marinbiologisk hævert.

b) (2,0 point) Ligger Q til venstre for, lige ved, eller til højre for toppunktet P? Begrund svaret.

Lystryk

Et meget lille kugleformet objekt befinder sig i en rumligt inhomogen laserstråle, som er parallel med y -aksen, og hvor intensiteten (antallet af fotoner pr. tid) er større i venstre end i højre side af strålen, se fig. 6. Objektet bryder lyset uden refleksion.

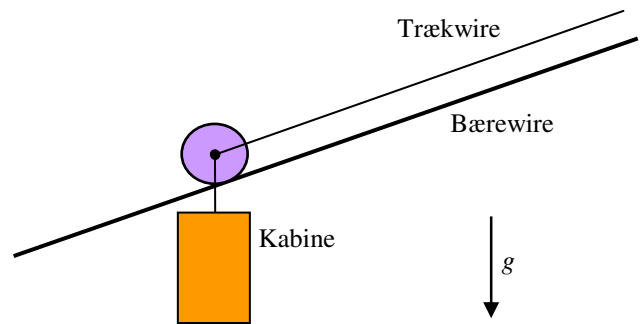
c) (2,0 point) Vil kuglens bevægelse på tværs langs x -aksen være mod venstre eller højre? Begrund svaret.



Figur 6. En kugle i en inhomogen laserstråle.

3. Tovbane

I en tovbane er en kabine fæstnet til aksen på et hjul. Hjulet ruller på en bærewire, og hjul med kabine trækkes af en trækwire, se fig. 7. Bærewiren kan her antages at være helt stram, og den danner en vinkel med vandret på 18° . På grund af rullemodstand og gnidning i hjulet er der hele tiden en modstandskraft på 500 N, når kabinen bevæger sig opad. Efter en kortvarig acceleration bevæger kabinen sig med konstant fart. Massen af kabinen er 800 kg, og det antages, at man kan se bort fra wirernes og hjulets masse.



Figur 7. Skitse af tovbanelen med kabine og wirer.

a) (1,5 point) Beregn kraften fra trækwiren på hjulet, mens farten er konstant.

Efter starten vokser kabinens fart fra 0 til 2,0 m/s i løbet af de første 4,0 s. Accelerationen er konstant i dette tidsrum. Herefter bevæger kabinen sig med konstant fart.

b) (2,0 point) Beregn trækraftens maksimale effekt.

Længere oppe på tovbanelen er der et stykke, hvor kabinen bevæger sig vandret. Afstanden mellem to bærestolper er her 50 m. Der er en lille nedsynkning af bærewiren ved kabinen. Størrelsen af denne nedsynkning er 0,70 m, når kabinen befinder sig midt mellem de to bærestolper.

c) (2,0 point) Med hvilken kraft er bærewiren udspændt, når kabinen befinder sig midt mellem de to stolper? Man kan her se bort fra kraften fra trækwiren og modstandskraften.

4. Stød mellem molekyler

To molekyler med masserne M og m støder sammen i et elastisk stød. Før stødet har de to molekyler samme kinetiske energi, og molekylet med massen M har farten U , mens molekylet med massen m har farten u . Efter stødet har molekylet med massen m farten v , mens det andet molekyle ligger stille.

a) (2,5 point) Vis, at $U = v - u$.

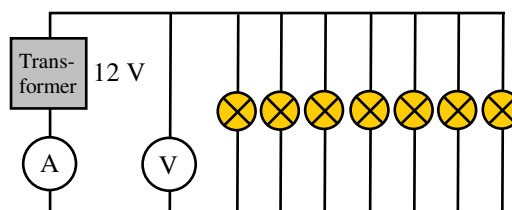
b) (2,5 point) Vis, at $\frac{M}{m} = 3 + 2\sqrt{2}$.



Figur 8. De to molekyler før det elastiske stød finder sted.

5. Halogenspots

Et system bestående af syv halogenspots forsynes med strøm fra en transformer, der omformer netspændingen til et spændingsfald på 12,0 V. Et amperemeter, hvis resistans man kan se bort fra, måler den samlede strømstyrke I i kredsen, se fig. 9. Hver enkelt halogenspot omsætter energi med effekten 20,0 W ved spændingsfaldet på 12,0 V.



Figur 9. Kredsløb med syv halogenspots.

a) (1,0 point) Beregn strømstyrken I

Med syv halogenspots tilsluttet er der fare for en overophedning af transformeren, som har resistansen R (resistansen i sekundærspolen). For at afhjælpe dette fjernes to pærer. Spændingsfaldet over transformeren er fortsat 12,0 V, og man kan regne med, at resistansen R er konstant.

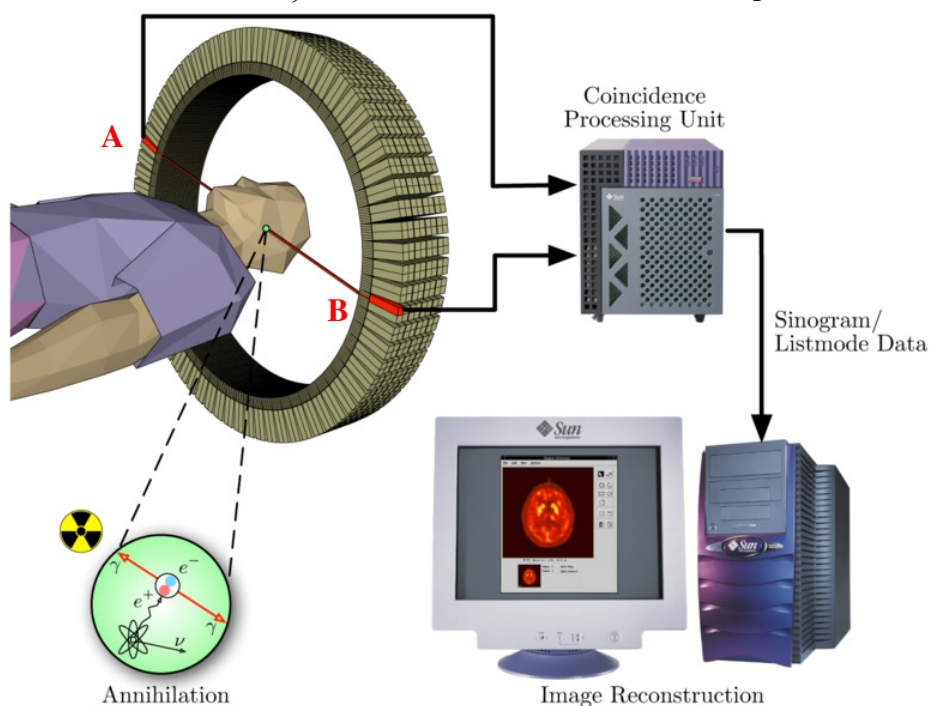
b) (2,0 point) Hvor mange procent formindskes herved den effekt, som afsættes i R ?

6. PET-scanning

Ved en kerneprocess, hvor en $^{18}_8\text{O}$ -kerne beskydes med en hurtig proton, dannes en $^{18}_9\text{F}$ -kerne samt en anden partikel. Den dannede $^{18}_9\text{F}$ -kerne er ustabil, idet den henfalder ved en β^+ -proces.

a) (1,0 point) Opskriv reaktionsskemaet for hver af de to kerneprocesser.

Ved PET-scanning i nuklearmedicinsk diagnostik benyttes sommetider glukosemolekyler med $^{18}_9\text{F}$ -atomer, som indgår i organernes stofskifte. Ved målinger af den radioaktive stråling fra kroppen kan man derfor afsløre områder, hvor $^{18}_9\text{F}$ koncentrerer. Det sker for eksempel i kræftsvulster.



Figur 10. Oversigt over PET-scannersystemet. Bemærk de to tællere mærket A og B.

Positronen fra β^+ -henfaldet vil nedbremses i vævet inden for ca. en millimeter fra dannelsesstedet. Herefter vil den møde en elektron og annihilere under udsendelse af to modsatrettede gammafotoner, hver med energien $8,19 \cdot 10^{-14}$ J. Gammakameraet indeholder en kreds af mange tællere rundt omkring patienten, se fig. 10, og det er designet til at registrere gammafotoner med netop denne energi, forudsat at de kommer i par, som er næsten samtidige.

En annihilation giver nu anledning til, at to tællere A og B (mærket med rødt på fig. 10) i denne kreds registrerer fotoner med en meget lille tidsforskel. Registreringen i tælleren A finder sted 0,42 ns før registreringen i tæller B.

b) (1,0 point) Hvor langt fra midtpunktet mellem tællerne A og B har annihilationen fundet sted?

Q -værdien for β^+ -processen er $1,01 \cdot 10^{-13}$ J, og i gennemsnit vil positronens kinetiske energi kun være ca. halvdelen heraf. Når positronerne efter nedbremsning annihilerer, vil ca. 50 % af de dannede gammafotoner absorberes i kroppen.

En patient får indsprøjet en opløsning af glukose med $^{18}_9\text{F}$, der til at begynde med har en gammaaktivitet på $A_\gamma = 90$ MBq. Halveringstiden for β^+ -henfaldet af $^{18}_9\text{F}$ er $T_{1/2} = 109,8$ minut. Man kan regne med, at positronerne, som dannes ved β^+ -henfaldene, har en meget kort levetid. Man kan også regne med, at stort set al $^{18}_9\text{F}$ henfalder, før det bliver udskilt af kroppen.

c) (1,5 point) Forklar, hvorfor opløsningens β^+ -aktivitet er $A_\beta = 45$ MBq, og find antallet af $^{18}_9\text{F}$ -kerner i opløsningen til at begynde med.

d) (2,0 point) Vurdér størrelsen af den energi, der i alt er absorberet i patienten, når alle $^{18}_9\text{F}$ -kerner er henfaldet.

Opgavesættet slut