

# Løsninger til den danske landsfinale, fysikolympiaden 2009

## 1. Tre korte beregningsopgaver

### a) Elektrisk kredsløb

Vi betegner  $R_1 = 2,0 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 8,0 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 3,0 \text{ k}\Omega$ , og  $R_4 = 5,0 \text{ k}\Omega$ . I situation A havs en parallelkobling mellem to seriekoblinger og dermed den samlede resistans  $R_A = 1/[1/(R_1+R_2) + 1/(R_3+R_4)] = 4,44 \text{ k}\Omega$ . I situation B, hvor kontakten K er sluttet, er  $R_1$  og  $R_3$  koblet i parallel, som derefter er i seriekobling med parallelkoblingen mellem  $R_2$  og  $R_4$ . Den samlede resistans er  $R_B = 1/[1/R_1 + 1/R_3] + 1/[1/R_2 + 1/R_4] = 1,2 \text{ k}\Omega + 3,1 \text{ k}\Omega = 4,3 \text{ k}\Omega$ , og vi finder  $I_B = (R_A/R_B) I_A = \underline{2,8 \text{ mA}}$ .

### b) Gennemsnitsdensitet for planeter

Fra gravitationsloven følger  $mg = GMm/R^2$ , eller  $g = G(4/3)\pi R^3 \rho/R^2 = (4/3)\pi G R \rho$ , idet planetens masse kan skrives  $M = (4/3)\pi R^3 \rho$ . Dannes nu forholdet mellem dette udtryk for planet 1 og 2 fås det ønskede:  $\rho_1/\rho_2 = g_1 R_2/(g_2 R_1)$ .

### c) Chokbølge fra en kerneeksplosion

Ser vi på enhederne, må der gælde:  $\text{m}^1 = (\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2})^\alpha \cdot (\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})^\beta \cdot \text{s}^\gamma = \text{kg}^{\alpha+\beta} \cdot \text{m}^{2\alpha-3\beta} \cdot \text{s}^{-2\alpha+\gamma}$ . Heraf følger at  $\alpha+\beta=0$ ,  $2\alpha-3\beta=1$ ,  $-2\alpha+\gamma=0$ . De to første ligninger giver  $\alpha = \frac{1}{5}$ ,  $\beta = -\frac{1}{5}$ , og herefter fås fra den tredje ligning, at  $\gamma = \frac{2}{5}$ .

## 2. Tre korte forklaringsopgaver

### a) Raman-spredning

Blåt lys har mindre bølgelængde og dermed større frekvens og større energi end rødt lys. En blå foton med frekvensen  $f_{\text{blå}}$  kan fx excitere gasatomet fra grundtilstanden  $E_1$  til den anslåede tilstand  $E_3$ , hvis  $E_3 - E_1 = h f_{\text{blå}}$ . En mulig proces herefter er henfald til den lavere tilstand  $E_2$ , og da  $E_3 - E_2$  er mindre end  $E_3 - E_1$  vil den udsendte foton have mindre frekvens og længere bølgelængde, og fx svare til rødt lys,  $E_3 - E_2 = h f_{\text{rød}}$ .

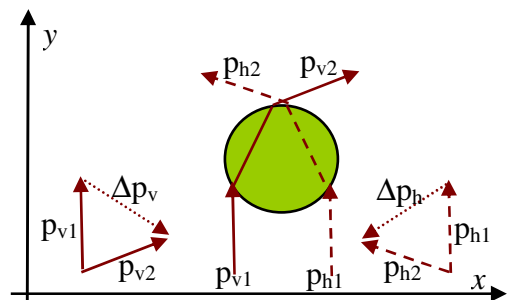
### b) Tilførsel af saltvand til et akvarium

Den stabile ligevægt opnås når de hydrostatiske tryk i de to grene i højden  $H$  over saltvandsoverfladen er ens,  $p_o - \rho_{\text{salt}}gH = p_o - \rho_{\text{fersk}}g(H+h)$ . Hvis saltvandet presses højere op i venstre gren falder det hydrostatiske tryk ved grænsen mere end ved samme højde i højre gren, og saltvandet vil derfor ikke strømme af sig selv. Først når saltvandet er presset helt forbi positionen  $H+h$  i højre gren, vil saltvandet strømme af sig selv. Punktet Q ligger således til højre for toppunktet P.

### c) Lystryk

Fotoner har både energi og impuls. Strålegangen af en foton i venstre side bøjes af mod højre. Altså har fotonen modtaget en impuls  $\Delta p_v$  mod højre. Denne impuls kommer fra kuglen, der altså har modtaget en impuls mod venstre,  $-\Delta p_v$ . Tilsvarende modtager kuglen en impuls  $-\Delta p_h$  mod højre fra en foton i højre side.

Da flere fotoner rammer i venstre side i forhold til højre side vil kuglen altså modtage en samlet impuls mod venstre. Den vil derfor bevæge sig mod venstre



Figur. Fotoners impulser og strålegange i kuglen.

### 3. Tovbane

a)  $F_{\text{træk}} = mg \sin \theta + 500 \text{ N} = 2,43 \text{ kN} + 0,50 \text{ kN} = 2,93 \text{ kN}$

b) Lige efter start er  $F_{\text{træk, start}} = 2,93 \text{ kN} + ma = 800 \cdot \frac{2,0}{4,0} \text{ N} = 3,33 \text{ kN}$ . Denne krafts maksimale

effekt nås, når farten er størst, lige inden farten bliver konstant:  $P = F_{\text{træk start}} v = 6,66 \text{ kW}$

c) Summen af alle kræfter er 0. De lodrette komponenter af de to trækkræfter må svare til

tyngdekraften:  $F = \frac{mg}{2 \sin(\alpha)} = \frac{800 \cdot 9,82}{2 \left( \frac{0,7}{\sqrt{25^2 + 0,7^2}} \right)} \text{ N} = 140 \text{ kN}$

### 4. Stød mellem molekyler

a) Impulsbevarelse:  $MU - mu = mv$  eller  $MU = m(v + u)$ .

Energibevarelse:  $\frac{1}{2}MU^2 + \frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}mv^2$  eller  $MU^2 = mv^2 - mu^2 = m(v + u)(v - u)$ .

Heraf fås ved at forkorte  $MU = m(v + u) \neq 0$  væk, at  $U = v - u$ .

b) Sammen med  $MU - mu = mv$  fås nu ved elimination af  $v$ :  $MU - mu = m(U + u)$ .

Da molekylernes oprindelige kinetiske energier er ens, fås  $\frac{M}{m} = \left( \frac{u}{U} \right)^2$ . Heraf fås:

$$MU - mu = m(U + u) \Leftrightarrow \frac{M}{m} - \frac{u}{U} = 1 + \frac{u}{U} \Leftrightarrow \frac{M}{m} - 2\frac{u}{U} - 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{M}{m} - 2\sqrt{\frac{M}{m}} - 1 = 0$$

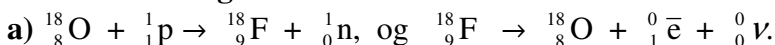
Ved at løse denne ligning med hensyn til  $\sqrt{\frac{M}{m}}$ , fås:  $\sqrt{\frac{M}{m}} = 1 + \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{M}{m} = 3 + 2\sqrt{2} \approx 5,828$ .

### 5. Halogenspots

a) Strømstyrken i hver lampe er  $I_1 = P/U = 20 \text{ W}/(12 \text{ V}) = 1,67 \text{ A}$ . I alt fås  $I = 7 \cdot I_1 = 11,7 \text{ A}$ .

b) Den afsatte effekt i resistoren er  $R \cdot I^2$ . Med kun 5 pærer reduceres strømmen med en faktor  $5/7$ . Dermed reduceres effekten med en faktor  $(5/7)^2 = 0,51 = 51 \%$ .

### 6. PET-scanning



b) Afstanden er  $\frac{1}{2} \cdot c \cdot \Delta t = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cdot 0,42 \cdot 10^{-9} \text{ s} = 0,063 \text{ m} = 6,3 \text{ cm}$ .

c) Der dannes to gammafotoner for hvert  $\beta^+$ -henfald. Derfor er  $A_\beta = \frac{1}{2} A_\gamma = 45 \text{ MBq}$ .

$$N = \frac{A}{k} = \frac{A \cdot T_{1/2}}{\ln 2} = \frac{45 \cdot 10^6 \cdot 109,8 \cdot 60}{\ln 2} = 4,28 \cdot 10^{11}$$

For hvert henfald absorberes  $0,5 \cdot 1,01 \cdot 10^{-13} \text{ J} + 0,5 \cdot 2 \cdot 8,19 \cdot 10^{-14} \text{ J} = 1,32 \cdot 10^{-13} \text{ J}$ . For samtlige henfald absorberes  $N \cdot 1,32 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 0,0567 \text{ J}$