

Dansk Fysikolympiade 2006
Landsfinale
fredag den 27. januar



Teoretisk prøve

Prøvetid: 3 timer

Opgavesættet består af 7 opgaver med i alt 15 spørgsmål.

Bemærk at de enkelte spørgsmål **ikke** tæller ens.
Ud for hvert spørgsmål er anført hvor mange point, spørgsmålet maksimalt kan give.

Hvis man har alt rigtigt, kan man opnå i alt 30 point.

Alle hjælpemidler er tilladte.

1. To forbundne gasbeholdere

To beholdere A og B indeholder en gas. De er forbundet via et lille rør med en ventil, se fig. 1. Beholder A har form af en lodret cylinder med et indre grundfladeareal på $a = 150 \text{ cm}^2$. Det viste stempel i toppen af beholder A har massen $m = 8,40 \text{ kg}$ og er letglidende og tæt. Trykket uden for beholderen er $p_0 = 101,5 \text{ kPa}$. Tyngdeaccelerationen er $g = 9,82 \text{ m/s}^2$. Til at begynde med er ventilen mellem A og B lukket.

a) (1,0 point) Beregn trykket p_A i beholder A.

Rumfanget af A og B er henholdsvis $V_A = 8,00 \text{ L}$ og $V_B = 4,00 \text{ L}$. Trykket i beholder B er til at begynde med $p_B = 100,0 \text{ kPa}$. Nu åbnes ventilen. Temperaturen var den samme i A og B før ventilen blev åbnet, og det antages, at den ikke ændrer sig efter åbningen.

b) (2,0 point) Hvor langt synker stemplet efter åbning af ventilen?

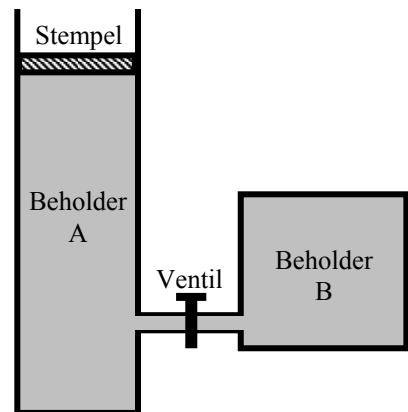


Fig. 1 Beholder A og B med stempel og ventil.

2. Carbon-14 datering

Carbon-14 bruges til at datere arkæologisk materiale. Den sjældne carbon-14 isotop er β^- -radioaktiv med en halveringstid på $5,73 \cdot 10^3$ år, mens carbon-12 og carbon-13 er stabilt. Forholdet mellem massen af carbon-14 og stabilt carbon i en levende organisme er $1,3 \cdot 10^{-12}$.

Under udgravninger på en begravningsplads finder man en gammel knogle, se fig. 2. Fra knoglen isoleres en prøve på 100 g carbon. Aktiviteten på grund af henfaldene fra carbon-14 i prøven måles til 6,5 Bq.

a) (2,0 point) Bestem knoglens alder.



Fig. 2 Arkæologer under udgravning af et skelet.

3. Kapillareffekt

I et glas med vand kan man se, at vandet inden for en lille afstand a fra glassets væg ikke længere er vandret, men bøjer opad. Denne opbøjning kaldes kapillareffekten. Størrelsen af a afhænger af tyngdeaccelerationen $g = 9,82 \text{ m/s}^2$, vands densitet $\rho = 1,00 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, og overfladespændingen (energi pr. areal), $\gamma = 0,076 \text{ J/m}^2$.

a) (3,0 point) Bestem et funktionsudtryk for a ved at kombinere g , ρ og γ således, at de giver et udtryk med enheden meter. Beregn et overslag for værdien af a .



Fig. 3 Et lille insekt kan på grund af vands overfladespænding gå på vandoverfladen. På billedet forsøger det at klatre "op ad bakke" ved kanten af et glas vand. Kapillarlængden a er angivet.

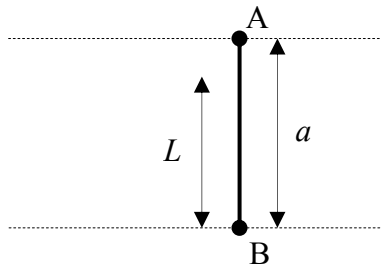
4. Slangebøsse

Elastikken på en slangebøsse er udspændt mellem slangebøssens endepunkter A og B, se fig. 4(a). Elastikken kan betragtes som en fjeder med længden L , når den er helt slap, og med fjederkonstanten k . Afstanden mellem endepunkterne A og B betegnes a , hvor $L < a$. Når elastikken monteres på slangebøssen, vil den altså være forspændt, idet den da er forlænget med stykket $a - L$, se fig. 4(b).

a) Set forfra



b) Set ovenfra



c) Set ovenfra

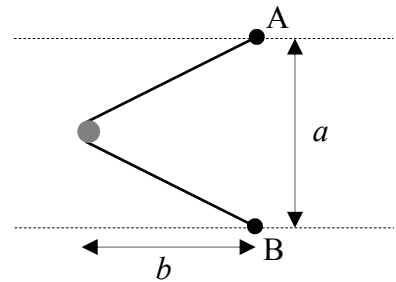


Fig. 4 (a) Slangebøssen i brug.

(b) Slangebøssens udgangsstilling.

(c) Slangebøssen med sten lige før skud.

a) (1,0 point) Bestem et udtryk for størrelsen af den kraft F_0 , hvormed elastikken er forspændt.

Slangebøssen lades nu med en sten med massen m , og elastikken trækkes vandret stykket b tilbage.

b) (3,0 point) Bestem et udtryk for den vandrette kraft F_1 , som er nødvendig for at holde elastikken udspændt i den vandrette afstand b , se Fig. 4(c). [L , a , b , og k skal indgå.]

Elastikken slippes, hvorved stenen afskydes. Under afskydningen kan man regne med, at kraften fra elastikken er den eneste kraft, der virker på stenen. Man kan se bort fra elastikkens masse.

c) (2,5 point) Bestem et udtryk for stenens fart, idet den passerer linjen AB. [L , a , b , k , og m skal indgå.]

5. Strømstyrken i et lyn

Middelværdien af strømstyrken i et lyn kan være 250 kA i løbet af de 1,0 ms, som lynet varer.

a) (2,5 point) Giv med baggrund i nedenstående data et skøn over den størrelse, en cirkulær kobberleders diameter mindst skal have, hvis den skal kunne klare den samme strømstyrke i den samme tid uden at smelte.

Data for kobber

Smeltepunkt:	$T_s = 1085 \text{ }^\circ\text{C}$
Resistivitet ved $0 \text{ }^\circ\text{C}$:	$\rho_0 = 1,68 \cdot 10^{-8} \text{ } \Omega \cdot \text{m}$
Temperaturkoefficient for ρ :	$\alpha = 4,0 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ (benyttes fra $0 \text{ }^\circ\text{C}$ til T_s)
Specifik varmekapacitet:	$c = 387 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Densitet:	$\mu = 8,93 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$



Fig. 5 Et lynnedslag.

6. GPS-satellit

The Global Positioning System (GPS) er et satellitbaseret navigations-system bestående af 24 satellitter i kredsløb om Jorden. Satellitterne er udstyret med atomure koblet til 1,5 GHz radiosendere. Hver satellit udsender med meget korte tidsintervaller præcise oplysninger om sin position og tiden for signalets udsendelse. Når en GPS-enhed på Jorden samtidigt modtager signalet fra fire GPS-satellitter, kan den bestemme tiden fra hvert signals udsendelse til dets modtagelse. Herved er det muligt at bestemme GPS-enhedens afstand til hver af satellitterne, og dermed GPS-enhedens position på jordoverfladen.



Fig. 6 En GPS-satellit i omløb.

Data

Satelliternes omløbstid:	$T_S = 12,0$ h
Jordens masse:	$M = 5,98 \cdot 10^{24}$ kg
Jordens radius:	$r_J = 6,37 \cdot 10^6$ m
Lysets fart i vakuum:	$c = 3,00 \cdot 10^8$ m·s ⁻¹
Gravitationskonstanten:	$G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N·m ² ·kg ⁻²

Man kan regne med, at satellitterne bevæger sig i cirkelbaner, alle med samme radius r_S .

a) (1,5 point) Vis, at for en GPS-satellit er baneradius $r_S = 2,66 \cdot 10^7$ m og farten $v_S = 3,87 \cdot 10^3$ m/s.

Betragt en GPS-enhed som befinder sig i hvile ved Ækvator lodret under en GPS-satellit.

b) (1,5 point) Hvor lang tid er radiosignalet om at bevæge sig fra GPS-satellitten til GPS-enheden? Hvor nøjagtigt må man kræve, at atomuret i det mindste skal være, for at muliggøre en bestemmelse af afstanden fra GPS-satellitten til GPS-enheden med en nøjagtighed på 1 m?

På grund af forskellige relativistiske effekter vil atomuret i GPS-satellitten gå lidt anderledes end et ur på Jordens overflade. Ud fra den generelle relativitetsteori kan man vise, at hvis uret på Jordoverfladen angiver, at der er gået tiden Δt , vil atomuret i satellitten angive, at der er gået tiden Δt_S , hvor

$$\Delta t_S = \left(1 - \frac{GM}{c^2 r_S} - \frac{1}{2} \left(\frac{v_S}{c} \right)^2 + \frac{GM}{c^2 r_J} + \frac{1}{2} \left(\frac{v_J}{c} \right)^2 \right) \Delta t.$$

Her er v_J farten af Jordens overflade ved Ækvator i forhold til Jordens centrum.

c) (1,5 point) Beregn forskellen mellem de to ures visning efter et døgn.

d) (1,0 point) Hvor stor fejl ville man begå i positionsbestemmelsen efter et døgn, hvis man ikke tog højde for, at urene går forskelligt?

De forskellige relativistiske effekter vil ophæve hinanden for en bestemt baneradius, således at satellittens atomur og uret på jordoverfladen da går ens.

e) (2,5 point) Bestem denne baneradius.

7. Forholdet e/m mellem elektronens ladning og masse

Fig. 7 Den engelske fysiker J. J. Thomson (1856-1940) udførte i 1897 et berømt forsøg, hvorved han var i stand til at bestemme forholdet mellem ladning e og masse m for partiklerne i et såkaldt katodestrålerør. Man forstod hurtigt, at disse partikler var helt fundamentale og fandtes i alle atomer. De blev senere kaldt elektroner, og Thomson bestemte således som den første forholdet mellem elektronens ladning (elementarladningen) og masse. Thomson modtog nobelprisen i 1906.



Ved brug af en elektronkanon accelererede Thomson elektronerne op til farten v og sendte dem midt ind mellem to tætsiddende metalplader, de såkaldte afbøjningselektroder, se fig. 8. Pladernes længde betegnes L , og deres indbyrdes afstand d . Afstanden fra pladerne til den skærm, hvor partiklerne detekteres, betegnes D . Der er et spændingsfald U over pladerne. På grund af det elektriske felt mellem pladerne afbøjes elektronerne, så de rammer detektionsskærmen stykket y fra den vandrette retning.

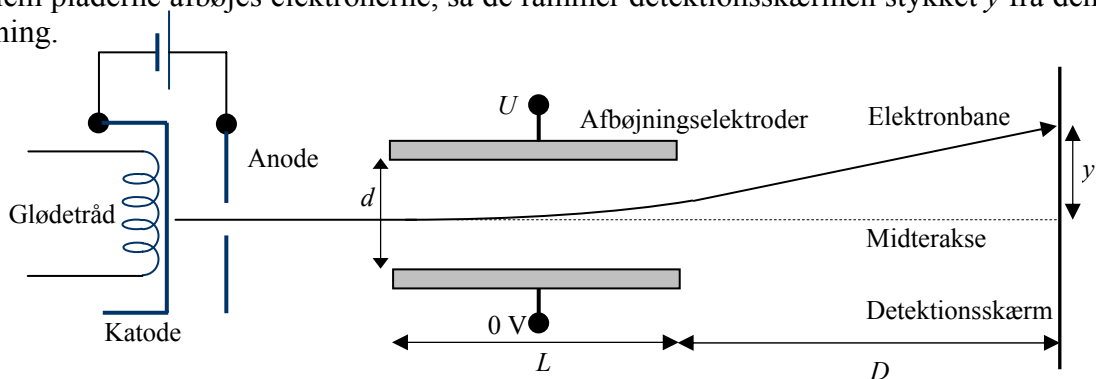


Fig. 8 Afbøjning af elektroner ved hjælp af det elektriske felt mellem afbøjningselektroderne.

a) (3,0 point) Vis, at der gælder følgende formel: $y = \frac{e \cdot U}{d \cdot m \cdot v^2} \left(D \cdot L + \frac{1}{2} L^2 \right)$.

Dernæst indsatte Thomson et magnetfelt med fluxtætheden B vinkelret på elektronbanen som vist på fig. 9. Magnetfeltet blev reguleret indtil elektronerne ikke længere blev afbøjet.

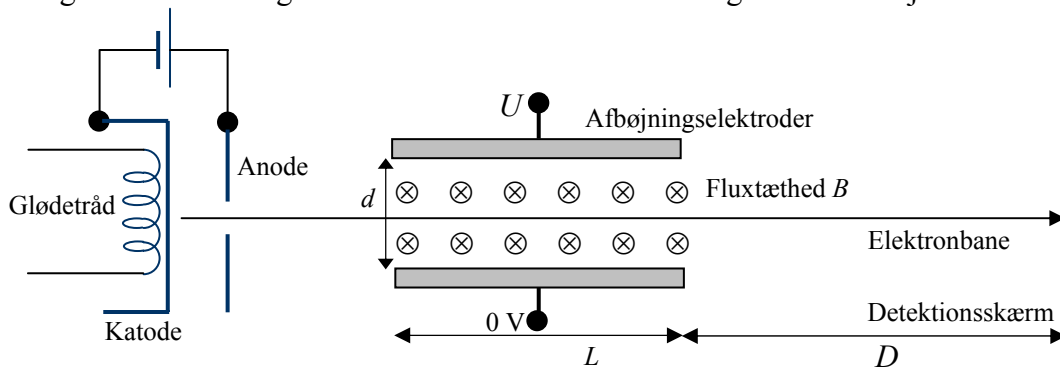


Fig. 9 Udbalancering af den elektriske afbøjning ved hjælp af et magnetfelt.

b) (2,0 point) Vis, at forholdet mellem elektronernes ladning og masse må opfylde: $\frac{e}{m} = \frac{y \cdot U}{B^2 \cdot d \cdot \left(D \cdot L + \frac{1}{2} L^2 \right)}$.

Opgavesættet slut